Московский Авиационный Институт (Национальный исследовательский университет)

Лабораторная работа №6

По курсу «Численные методы»

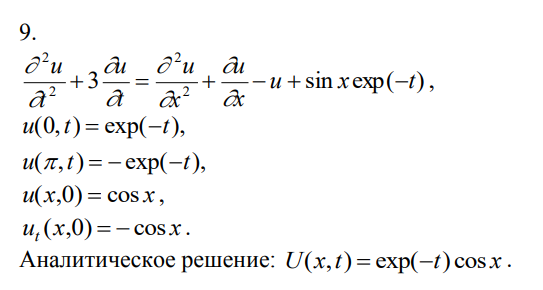
|  |  |
| --- | --- |
| Студент: | Сайгакова А.А. |
| Группа: | М8О-409Б-19 |
| Преподаватель: | Пивоваров Д. Е. |

Москва, 2022

**Задание:**

Используя явную схему крест и неявную схему, решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения гиперболического типа. Аппроксимацию второго начального условия произвести с первым и со вторым порядком. Осуществить реализацию трех вариантов аппроксимации граничных условий, содержащих производные: двухточечная аппроксимация с первым порядком, трехточечная аппроксимация со вторым порядком, двухточечная аппроксимация со вторым порядком. В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением U(x,t) . Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров τ , h

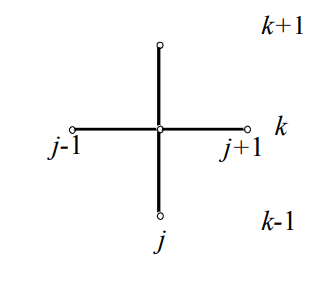
**Вариант:**

****

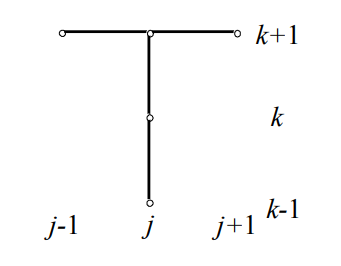
**Теория:**

На пространственно-временной сетке с помощью отношений конечных разностей запишем наше ду.

**Явная схема крест**:



**Неявная схема:**



**Граничные условия:**

Мой вариант содержит граничное условие с производной:

Двухточечная апроксимация с первым порядком:

Двухточечная апроксимация со вторым порядком:

Из исходного уравнения:

**Код программы:**

def neyavnaya1(n):

sigma = tau\*\*2/h/h

u = [0]\*n

for i in range(n):

u[i] = [0]\*n

for i in range(n):

u[0][i] = np.cos(x[i])

for j in range(n):

u[1][j] = u[0][j] -np.cos(x[j])\*tau

#u[1][j] = u[0][j] -tau\*np.cos(x[j]) + tau\*\*2/2\*(-np.cos(x[j])-np.sin(x[j])-np.cos(x[j])+np.sin(x[j])\*np.exp(-t[0])+3\*np.cos(x[j]))

#u[1][j] = u[0][j] -tau\*np.cos(x[j]) + tau\*\*2/2\*((9\*u[0][0]\*\*2+16\*u[0][1]\*\*2+u[0][2]\*\*2-24\*u[0][0]\*u[0][1]+6\*u[0][0]\*u[0][2]-8\*u[0][1]\*u[0][2])/4/h/h+(-3\*u[0][0]+4\*u[0][1]-u[0][2])/2/h-u[0][j]+np.sin(x[j])\*np.exp(-t[0])+3\*np.cos(x[j]))

for i in range(n):

u[i][0] = np.exp(-t[i])

u[i][n-1] = -np.exp(-t[i])

for k in range(1,n-1):

A = [[0 for j in range(n+1)] for i in range(n)]

A[0][0] = 1

A[0][1] = 0

A[0][n] = np.exp(-t[k+1])

for j in range(1,n-1):

A[j][j-1] = sigma

A[j][j] = -1-3\*tau-2\*sigma-tau\*\*2/h-1

A[j][j+1] = sigma+1/h

A[j][n] = -2\*u[k][j]-3\*tau\*u[k][j]-tau\*\*2\*np.sin(x[j])\*np.exp(-t[k+1])+u[k-1][j]

A[-1][n-2] = 0

A[-1][n-1] = 1

A[-1][n] = -np.exp(-t[k+1])

#print(A)

res = gauss(A)

#print(res)

for j in range(n):

u[k+1][j] = res[j]

return u

def yavnaya(n):

u = [0]\*n

for i in range(n):

u[i] = [0]\*n

for i in range(n):

u[i][0] = np.exp(-t[i])

u[i][n-1] = -np.exp(-t[i])

for i in range(n):

u[0][i] = np.cos(x[i])

for j in range(n):

#u[1][j] = u[0][j] -np.cos(x[j])\*tau

u[1][j] = u[0][j] -tau\*np.cos(x[j]) + tau\*\*2/2\*(-np.cos(x[j])-np.sin(x[j])-np.cos(x[j])+np.sin(x[j])\*np.exp(-t[0])+3\*np.cos(x[j]))

#u[1][j] = u[0][j] -tau\*np.cos(x[j]) + tau\*\*2/2\*((9\*u[0][0]\*\*2+16\*u[0][1]\*\*2+u[0][2]\*\*2-24\*u[0][0]\*u[0][1]+6\*u[0][0]\*u[0][2]-8\*u[0][1]\*u[0][2])/4/h/h+(-3\*u[0][0]+4\*u[0][1]-u[0][2])/2/h-u[0][j]+np.sin(x[j])\*np.exp(-t[0])+3\*np.cos(x[j]))

for j in range(1,n-1):

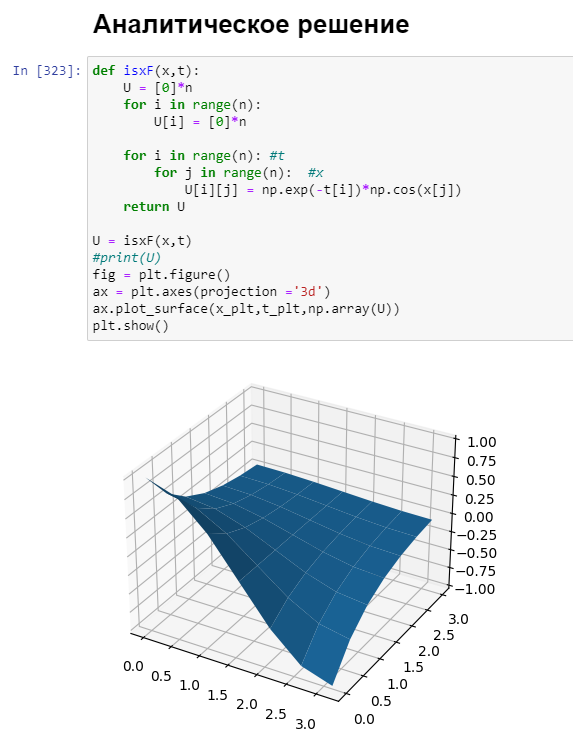
for k in range(1,n-1):

#u[k+1][j] = ((2\*u[k][j]-u[k-1][j])/tau/tau+3\*u[k][j]/tau+(u[k][j+1]-2\*u[k][j]+u[k][j-1])/h/h+(u[k][j+1]-u[k][j])/h-u[k][j]+np.sin(x[j])\*np.exp(-t[k]))/(1/tau/tau+3/tau)

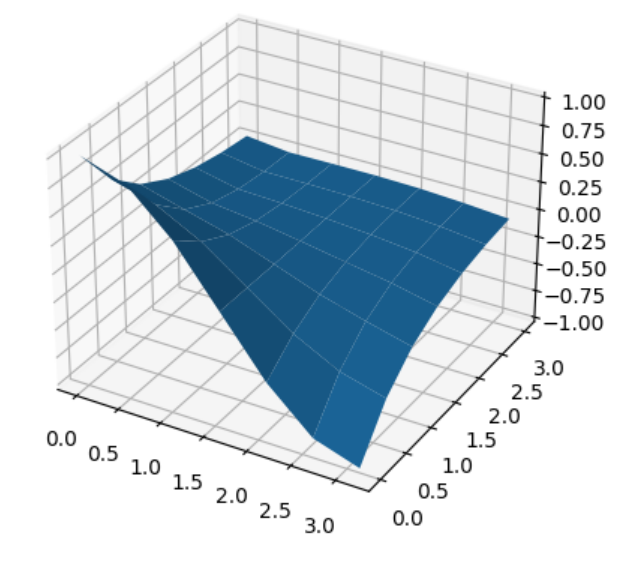
u[k+1][j] = (u[k][j]\*(2/tau/tau+3/tau-2/h/h-1/h-1)+u[k-1][j]\*(-1/tau/tau)+u[k][j+1]\*(1/h/h+1/h)+u[k][j-1]\*(-1/h/h)+np.sin(x[j])\*np.exp(-t[k+1]))/(1/tau/tau+3/tau)

return u

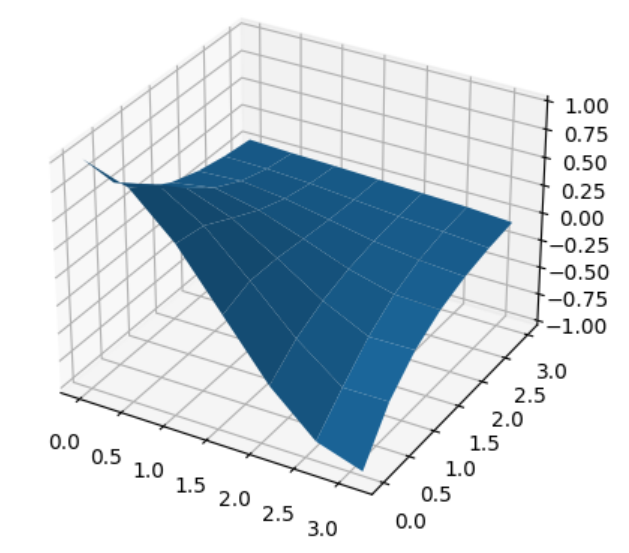
**Результаты:**

****

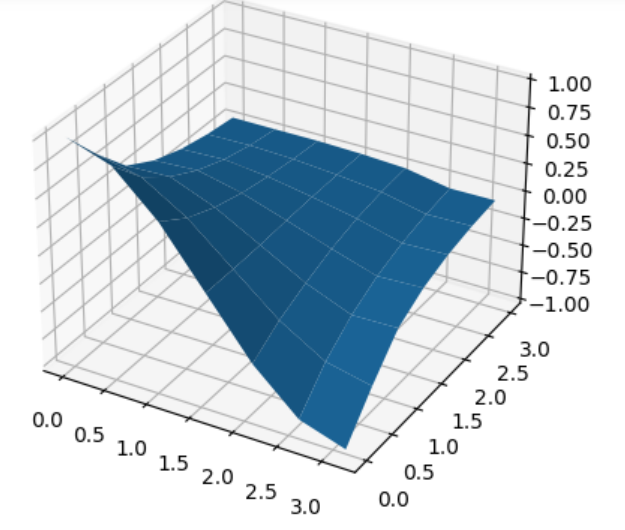
Неявная схема, двухточечная апроксимация с первым порядком:



Неявная схема, двухточечная апроксимация со вторым порядком:



Явная схема, двухточечная апроксимация со вторым порядком:



**Вывод:**

Я реализовала две схемы решения начально-краевой задачи для дифференциального уравнения гиперболического типа, неявная схема дала более точное решение, чем явная